

Oplossen van een vergelijking

Als we twee formules $y = 3 + x$ en $y = x - 2$ aan elkaar gelijkstellen, noemen we dat een **vergelijking**.

In dit voorbeeld wordt de vergelijking: $3 + x = x - 2$.

We kunnen deze **vergelijking oplossen** door te zoeken naar de waarde(n) van x die de vergelijking kloppend maakt:

Een manier om de **oplossing van een vergelijking** te vinden is **proberen**:

- Vervang de variabele x in de vergelijking door een getal.
- Berekenen de uitkomst links en rechts van het '='-teken.
- Als de uitkomst links en rechts van het '='-teken gelijk is, dan klopt de vergelijking.
- Kunnen er meer getallen zijn die de vergelijking kloppend maken? Dan moet je verder zoeken.

----- Voorbeeld -----

Los de vergelijking $47 + x = 73$ op.

Oplossing:

$$x = 26$$

Uitleg:

Je kunt de vergelijking oplossen door verschillende getallen te proberen:

Als je voor x het getal 25 invult klopt de uitkomst niet:

$$47 + 25 \neq 73$$

Als je voor x het getal 26 invult, dan klopt de vergelijking wel:

$$47 + 26 = 73$$

Je schrijft de oplossing als: $x = 26$.

De oplossing van een vergelijking controleren

We kunnen eenvoudig controleren of de oplossing van een vergelijking juist is:

 Vul de oplossing in op de plaats van de variabele en bereken of de vergelijking klopt.

----- Voorbeeld 1 -----

Welke oplossing hoort bij de vergelijking $2x + 24 = 46$?

Kies uit:

$x = 10$

$x = 11$

$x = 12$

Oplossing:

 $x = 11$

Uitleg:

Vul de gegeven oplossingen in op de plaats van x en maak de berekeningen:

$$2 \cdot 10 + 24 = 44$$

$$2 \cdot 11 + 24 = 46$$

$$2 \cdot 12 + 24 = 48$$

De oplossing is $x = 11$, want 11 maakt de vergelijking $2x + 24 = 46$ kloppend.

----- Voorbeeld 2 -----

Is onderstaande bewering juist of onjuist?

De vergelijking $30 + 3x = 48$ heeft als oplossing $x = 6$.

Juist

Onjuist

Oplossing:

Juist

Onjuist

Uitleg:

De oplossing van een vergelijking controleren

Vul 6 in op de plaats van x en je krijgt:

$$30 + 3 \cdot 6 = 48 \text{ (klopt)}$$

$x = 6$ is dus een juiste oplossing.

----- Voorbeeld 3 -----

Is de volgende bewering juist of onjuist?

De vergelijking $3x + 2 = 2x + 4$ heeft als oplossing $x = 3$.

- Juist
- Onjuist

Oplossing:

- Juist
- Onjuist

Uitleg:

Vul 3 in op de plaats van x en je krijgt:

$$3 \cdot 3 + 2 = 2 \cdot 3 + 4$$

$$11 = 10 \quad \text{(klopt niet)}$$

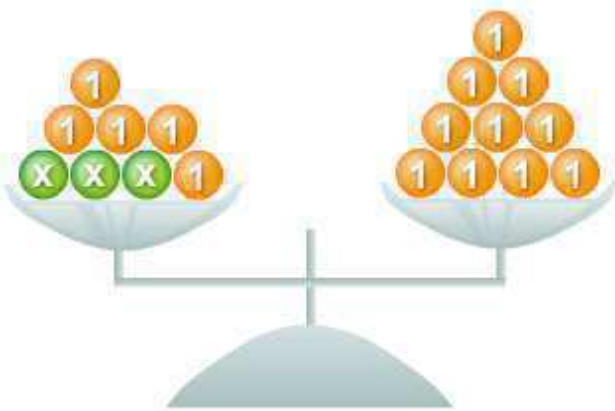
$x = 3$ is dus geen juiste oplossing; De bewering is onjuist.

Vergelijkingen kunnen we weergeven met een balans. Op elke schaal staat één deel van de vergelijking. De balans is in evenwicht als het linkerdeel gelijk is aan het rechterdeel.

----- Voorbeeld 1 -----

Welke vergelijking wordt op de balans weergegeven?

$3x + 5 = 10$:



Linkerkant:

We zien drie keer een x en vijf keer een 1 . Dit komt overeen met: $3x + 5$.

Rechterkant:

We zien tien keer een 1 . Rechts staat dus 10 .

Samen:

Als de balans in evenwicht is geldt: links = rechts.

De balans toont dus de vergelijking:

$3x + 5 = 10$.

----- Voorbeeld 2 -----

Welke vergelijking wordt op de balans weergegeven?

$2x + 5 = 3x + 3$:



Linkerkant:

Hier zie je twee keer een x en vijf keer een 1 . Dit komt overeen met: $2x + 5$.

Rechterkant:

Hier zie je drie keer een x en drie keer een 1 . Dit komt overeen met: $3x + 3$.

Samen:

Als de balans in evenwicht is geldt: links = rechts.

De balans toont de vergelijking: $2x + 5 = 3x + 3$.

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

We kunnen een vergelijking oplossen met de balansmethode:

De oplossing van een vergelijking blijft gelijk als we aan beide kanten van het '='-teken:

- hetzelfde getal of dezelfde variabele optellen
- hetzelfde getal of dezelfde variabele aftrekken
- vermenigvuldigen met hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0)
- delen door hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0).

We kunnen de balansmethode gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld 1 -----

Welke bewerking is hier uitgevoerd?

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Oplossing:

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Uitleg:

Er is aan beide kanten van de vergelijking $2x$ afgetrokken.

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

----- Voorbeeld 2 -----

Los de vergelijking op:

$$3 + 4(x + 1) = 2x + 5$$

Oplossing:

$$x = -1$$

Uitleg:

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

$$\begin{aligned} 3 + 4(x + 1) &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten haakjes wegwerken} \\ 3 + 4x + 4 &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten gelijksoortige termen en getallen samennemen} \\ 7 + 4x &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten } 2x \text{ aftrekken} \\ \quad - 2x \quad - 2x &&& \\ 7 + 2x &= 5 && | \text{ aan beide kanten } 7 \text{ aftrekken} \\ \quad - 7 \quad - 7 &&& \\ 2x &= -2 && | \text{ beide kanten door } 2 \text{ delen} \\ \quad \div 2 \quad \div 2 &&& \\ x &= -1 && \end{aligned}$$

Vergelijkingen oplossen met een balans

Vergelijkingen kunnen we weergeven met een balans. Op elke schaal staat één deel van de vergelijking. De balans is in evenwicht als het linkerdeel gelijk is aan het rechterdeel.

De balans blijft in evenwicht als we:

- aan beide schalen hetzelfde toevoegen
- van beide schalen hetzelfde afhalen

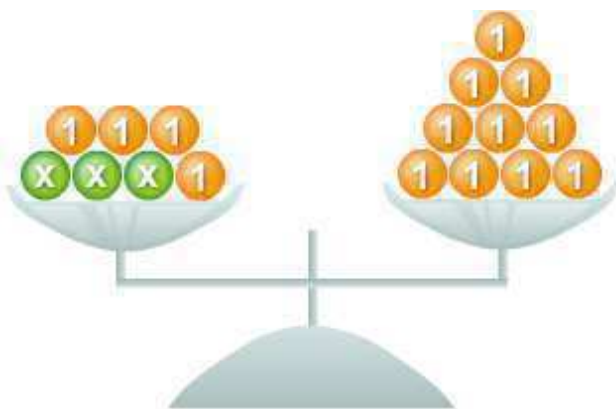
Voor de vergelijking betekent dit dat de oplossing gelijk blijft als we:

- aan beide zijden hetzelfde optellen
- aan beide zijden hetzelfde aftrekken
- beide zijden met hetzelfde getal vermenigvuldigen
- beide zijden door hetzelfde getal delen

We kunnen de balans gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- alle termen met variabele x aan één kant te verzamelen
- alle getallen aan de andere kant te verzamelen.
- de waarde(n) van de variabele x te berekenen.

----- Voorbeeld 1 -----



Los de vergelijking op die hoort bij deze balans.

Oplossing:

$$x = 2$$

Vergelijkingen oplossen met een balans

Uitleg:

De balans toont de vergelijking $3x + 4 = 10$.
Alle ballen met x liggen al links, het is dan handig om alle ballen met 1 rechts te verzamelen.

Als we links 4 ballen met waarde 1 weghalen, houden we links alleen ballen met x over.
Om de balans in evenwicht te houden, moeten we rechts ook 4 ballen met 1 weghalen.

Voor de vergelijking betekent dit dat we aan beide kanten 4 aftrekken:

$$\begin{array}{r} 3x + 4 = 10 \\ -4 \quad -4 \\ \hline 3x = 6 \end{array}$$

De nieuwe vergelijking zie je op de tweede balans.

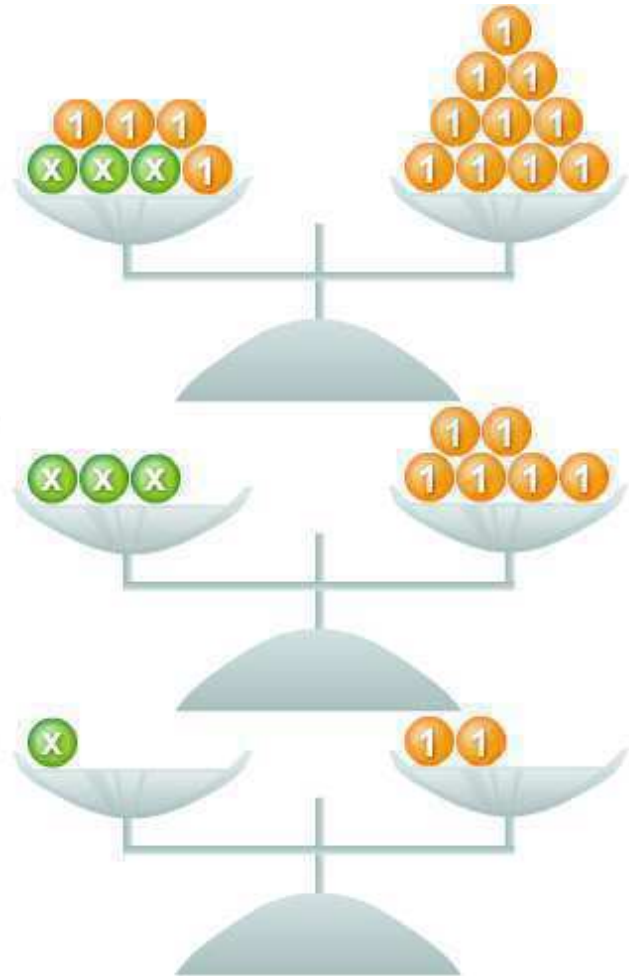
We kunnen deze vergelijking oplossen door beide kanten te delen door 3.

$$\begin{array}{r} 3x = 6 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Dit geeft de derde balans.

De oplossing is dus $x = 2$.

----- Voorbeeld 2 -----



Los de vergelijking op die hoort bij deze balans.

Oplossing:

$$x = 2$$

Vergelijkingen oplossen met een balans

Uitleg:

De balans toont de vergelijking $3x + 5 = 4x + 3$. Omdat rechts meer ballen met x liggen dan links, is het in dit voorbeeld handig om x rechts te verzamelen.

Op de weegschaal ligt links het getal 5 en rechts het getal 3. We kunnen het getal rechts weghalen door van beide schalen 3 af te halen:

$$\begin{array}{r} 3x + 5 = 4x + 3 \\ -3 \quad -3 \\ \hline 3x + 2 = 4x \end{array}$$

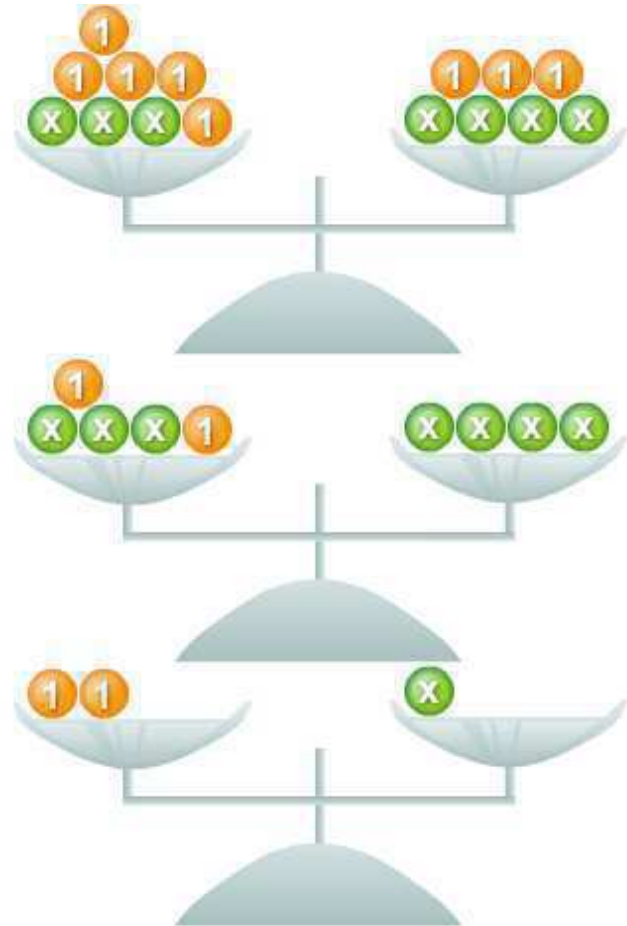
Dit geeft de tweede balans.

Links ligt het getal $3x$ en rechts het getal $5x$. We kunnen het getal links weghalen door van beide schalen het getal $3x$ af te halen:

$$\begin{array}{r} 3x + 2 = 4x \\ -3x \quad -3x \\ \hline 2 = x \end{array}$$

Dit geeft de derde balans.

De oplossing van de vergelijking is $x = 2$.



Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

We kunnen een vergelijking oplossen met de balansmethode:

De oplossing van een vergelijking blijft gelijk als we aan beide kanten van het '='-teken:

- hetzelfde getal of dezelfde variabele optellen
- hetzelfde getal of dezelfde variabele aftrekken
- vermenigvuldigen met hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0)
- delen door hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0).

We kunnen de balansmethode gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld 1 -----

Welke bewerking is hier uitgevoerd?

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

..... Oplossing:

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Uitleg:

Er is aan beide kanten van de vergelijking $2x$ afgetrokken.

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

----- Voorbeeld 2 -----

Los de vergelijking op:

$$3 + 4(x + 1) = 2x + 5$$

Oplossing:

$$x = -1$$

Uitleg:

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

$$\begin{aligned}3 + 4(x + 1) &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten haakjes wegwerken} \\3 + 4x + 4 &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten gelijksoortige termen en getallen samennemen} \\7 + 4x &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten } 2x \text{ aftrekken} \\-2x & \quad -2x && \\7 + 2x &= 5 && | \text{ aan beide kanten } 7 \text{ aftrekken} \\-7 & \quad -7 && \\2x &= -2 && | \text{ beide kanten door } 2 \text{ delen} \\+2 & \quad +2 && \\x &= -1 && \end{aligned}$$

Vergelijkingen veranderen

We kunnen elke vergelijking veranderen, zolang we de **balansmethode** gebruiken: links en rechts van het '='-teken dezelfde bewerking.

Dan heeft de vergelijking nog steeds dezelfde oplossing.

----- Voorbeeld -----

Verander $3x + 7 = 16$ met de balansmethode op zo'n manier dat je de vergelijking $x = 3$ krijgt.

Oplossing:

Ja, de twee vergelijkingen zijn gelijkwaardig.

De oplossing van beide vergelijkingen is namelijk $x = 3$.

----- Voorbeeld -----

Verander $3x = 12$ met de balansmethode op zo'n manier dat je de vergelijking $x + 5 = 9$ krijgt.

----- Oplossing:

$$\begin{array}{r} x + 5 = 9 \\ -5 \quad -5 \\ \hline x = 4 \\ \times 3 \quad \times 3 \\ \hline 3x = 12 \end{array}$$

Uitleg:

Links en rechts van het '='-teken doe je steeds hetzelfde.

Doe dit op zo'n manier dat je de tweede vergelijking krijgt.

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

We kunnen een vergelijking oplossen met de balansmethode:

De oplossing van een vergelijking blijft gelijk als we aan beide kanten van het '='-teken:

- hetzelfde getal of dezelfde variabele optellen
- hetzelfde getal of dezelfde variabele aftrekken
- vermenigvuldigen met hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0)
- delen door hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0).

We kunnen de balansmethode gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld 1 -----

Welke bewerking is hier uitgevoerd?

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Oplossing:

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Uitleg:

Er is aan beide kanten van de vergelijking $2x$ afgetrokken.

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

----- Voorbeeld 2 -----

Los de vergelijking op:

$$3 + 4(x + 1) = 2x + 5$$

Oplossing:

$$x = -1$$

Uitleg:

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

$$\begin{aligned} 3 + 4(x + 1) &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten haakjes wegwerken} \\ 3 + 4x + 4 &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten gelijksoortige termen en getallen samennemen} \\ 7 + 4x &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten } 2x \text{ aftrekken} \\ -2x & \quad -2x && \\ 7 + 2x &= 5 && | \text{ aan beide kanten } 7 \text{ aftrekken} \\ -7 & \quad -7 && \\ 2x &= -2 && | \text{ beide kanten door } 2 \text{ delen} \\ \div 2 & \quad \div 2 && \\ x &= -1 && \end{aligned}$$

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

Een vergelijking kunnen we weergeven met een weegschaal.
De weegschaal is in evenwicht → linkerkant = rechterkant
Een ander woord voor weegschaal is **balans**.

We kunnen de vergelijking oplossen met de **balansmethode**:

Stap 1. Alle termen met x naar de linkerkant.

Stap 2. Alle getallen naar de rechterkant.

Stap 3. Aan de linkerkant $1 \cdot x$ overhouden.

----- Voorbeeld 1 -----

Los op met de balansmethode:

$$7x + 20 = 48$$

Stap 1. Alle termen met x naar de linkerkant → staat al goed

Stap 2. Alle getallen naar de rechterkant → links en rechts 20 aftrekken:

$$\begin{array}{r} 7x + 20 = 48 \\ - 20 \quad - 20 \\ \hline 7x = 28 \end{array}$$

Stap 3. Aan de linkerkant $1 \cdot x$ overhouden → links en recht door 7 delen:

$$\begin{array}{r} 7x = 28 \\ \div 7 \quad \div 7 \\ \hline x = 4 \end{array}$$

----- Voorbeeld 2 -----

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

Los op met de balansmethode:

$$-2x + 13 = 9x + 24$$

Stap 1. Alle termen met x naar de linkerkant \rightarrow links en rechts $9x$ aftrekken:

$$-2x + 13 = 9x + 24$$

$$\quad -9x \quad -9x$$

$$-11x + 13 = 24$$

Stap 2. Alle getallen naar de rechterkant \rightarrow links en rechts 13 aftrekken:

$$-11x + 13 = 24$$

$$\quad -13 \quad -13$$

$$-11x = 11$$

Stap 3. Aan de linkerkant $1 \cdot x$ overhouden \rightarrow links en recht door -11 delen:

$$-11x = 11$$

$$\div -11 \quad \div -11$$

$$x = -1$$

Het snijpunt van twee lijnen berekenen

Als twee lijnen elkaar snijden, zijn in het snijpunt de formules van de lijnen aan elkaar gelijk. Dit kunnen we gebruiken om de coördinaten van het snijpunt te berekenen.

Twee **niet evenwijdige** lijnen hebben **altijd** één snijpunt.

 **De coördinaten van het snijpunt** berekenen we in drie stappen:

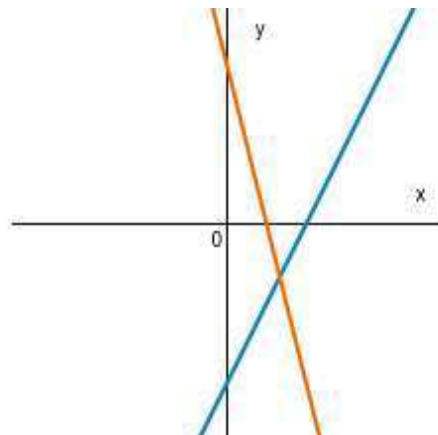
1. We stellen de formules van de lijnen aan elkaar gelijk.
2. We bepalen de x -coördinaat van het snijpunt door de vergelijking op te lossen.

----- Voorbeeld -----

Bepaal het snijpunt S van de lijnen f en g :

$$f: y = 2x - 3$$

$$g: y = -4x + 3$$



Oplossing

$$S(1; -1)$$

Uitleg:

Stap 1. Stel de formules van de lijnen aan elkaar gelijk:

$$2x - 3 = -4x + 3$$

Stap 2. Los de vergelijking op:

$$2x - 3 = -4x + 3$$

$$+4x \quad +4x$$

$$6x - 3 = 3$$

$$+3 \quad +3$$

$$6x = 6$$

$$+6 \quad +6$$

$$x = 1$$

Stap 3. Vul het antwoord $x = 1$ in één van de formules in:

Het snijpunt van twee lijnen berekenen

$$\begin{aligned}y &= 2x - 3 \\ &= 2 \cdot 1 - 3 \\ &= 2 - 3 \\ &= -1\end{aligned}$$

De y-coördinaat is dus **-1**.

Het snijpunt van de twee lijnen is het punt S(**1**; **-1**).

Vergelijkingen met haakjes oplossen met de balansmethode

In vergelijkingen met haakjes moeten we eerst de [haakjes wegwerken](#) voordat we de [balansmethode](#) kunnen toepassen.

Daarna kunnen we de balansmethode gebruiken om de vergelijking stapsgewijs op te lossen:



- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld -----

Los de vergelijking $3(x + 6) = 2(2x - 3)$ op.

Oplossing:

$$x = 24$$

Uitleg:

We werken eerst de haakjes weg. Daarna gebruiken we de balansmethode om de vergelijking op te lossen.

$$\begin{array}{l}
 3(x + 6) = 2(2x - 3) \quad | \text{ haakjes wegwerken} \\
 3x + 18 = 4x - 6 \quad | \text{ aan beide kanten } 3x \text{ aftrekken} \\
 \quad -3x \quad -3x \\
 18 = x - 6 \quad | \text{ aan beide kanten } 6 \text{ optellen} \\
 \quad +6 \quad +6 \\
 24 = x
 \end{array}$$

Dus:

$$x = 24$$